Total number of printed pages–36

3 (Sem–2/CBCS) MAT HG 1/2, RC

2022

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Answer the Questions from any one Option.

OPTION – A

(Algebra)

Paper : MAT–HG–2016/MAT–RC–2016

Full Marks : 80

Time : Three hours

OPTION – B

(Discrete Mathematics)

Paper : MAT–HG–2026

Full Marks : 80

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

Contd.

OPTION – B

(Discrete Mathematics)

Paper : MAT–HG–2026

1. Answer ***any ten*** questions : $1 \times 10 = 10$

যিকোনো দহটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Let $(N, \leq)$ be a partially ordered set, where $a \leq b \Leftrightarrow a \mid b$. Give an example of an antichain, which is a subset of N, and is induced by the same relation.

ধৰা হ'ল $(N, \leq)$ এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি, য'ত $a \leq b \Leftrightarrow a \mid b$. এটা 'এন্টিচেইন'-ৰ উদাহৰণ দিয়া, যিটো N-ৰ এটা উপসংহতি, আৰু একে সম্পৰ্কৰ দ্বাৰা প্ৰৰোচিত হয়।

(b) Let $P = Q = \{0, 1\}$ be two posets, with the usual '$\leq$' relation. Let $\phi : P \to Q$, such that $\phi(0) = 1, \phi(1) = 0$. Is ϕ an order-isomorphism ?

ধৰা হ'ল $P = Q = \{0, 1\}$ সাধাৰণ '$\leq$' সম্পৰ্কৰ সৈতে দুটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি, $\phi : P \to Q$ লোৱা য'ত $\phi(0) = 1, \phi(1) = 0$. ϕ এটা ক্ৰম-একৈকী সমকাৰিক নেকি ?

(c) Let $A = \{4, 5, 6, 7\}$, and let

$$R = \{(4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (4,5), (4,6), (4,7), (5,6), (5,7), (6,7)\}$$

be the relation such that (A, R) is a partially ordered set. Write the dual of (A, R).

ধৰা হ'ল $A = \{4, 5, 6, 7\}$ আৰু

$$R = \{(4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (4,5), (4,6), (4,7), (5,6), (5,7), (6,7)\}$$

এনে এটা সম্পৰ্ক যে (A, R) এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি হয়। (A, R) -ৰ দ্বৈত লিখা।

(d) Let X be a non-empty set, and $(\mathscr{P}(X), \subseteq)$ be a poset. Is it a chain?

ধৰা হ'ল X এটা সংহতি যিটো ৰিক্ত নহয়, আৰু $(\mathscr{P}(X), \subseteq)$ এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি। ই এটা শৃংখল নেকি ?

(e) Let $(P, \leq)$ be a poset. When can P become a lattice?

ধৰা হ'ল $(P, \leq)$ এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি। P কেতিয়া জালী হ'ব পাৰে ?

(f) Let $D=\{1, 2, 5, 10\}$. Let '|' (divides) be the partial ordering on D. Evaluate $2 \vee 5$.

ধৰা হ'ল $D=\{1, 2, 5, 10\}$। ধৰা হ'ল '|' (হৰণ কৰে) D-ৰ ওপৰত এটা আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্ক। $2 \vee 5$ মূল্যায়ন কৰা।

(g) Is $\mathbb{R}$ a complete lattice with the usual partial order relation '$\leq$'?

$\mathbb{R}$ সাধাৰণ আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্কৰ সৈতে এটা পূৰ্ণ জালী নেকি ?

(h) Let L be a lattice and $a \in L$. Is $\{a\}$ a sublattice?

ধৰা হ'ল L এটা জালী আৰু $a \in L$। $\{a\}$ এটা উপজালী নেকি ?

(i) Define lattice homomorphism.

জালী অনুৰূপতাৰ সংজ্ঞা লিখা।

(j) When is a lattice said to be bounded?

জালী এটাক কেতিয়া পৰিবদ্ধ বুলি কোৱা হয় ?

(k) Define complemented lattice.

পূৰকযুক্ত জালীৰ সংজ্ঞা লিখা।

(l) Define Boolean polynomials.

বুলীয় বহুপদ-ৰ সংজ্ঞা লিখা।

(m) Is the complement of an element in Boolean algebra unique?

বুলীয় বীজগণিতত এটা মৌলৰ পূৰক অনন্য নেকি?

(n) Let M be a non-empty set. What are the '0' and '1' elements of the Boolean algebra $\mathcal{P}(M)$ equipped with the usual operations '$\cap$' and '$\cup$'?

ধৰা হ'ল M এটা সংহতি যিটো ৰিক্ত নহয়। '$\cap$' আৰু '$\cup$' সাধাৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰে সজ্জিত বুলীয় বীজগণিত $\mathcal{P}(M)$-ৰ '0' আৰু '1' উপাদান কি কি?

(o) Let $(B, \vee, \wedge, ', 0, 1)$ be a Boolean algebra, and $a \in B$. Write the value of $a' \wedge a''$ and $a' \vee a''$.

ধৰা হ'ল $(B, \vee, \wedge, ', 0, 1)$ এটা বুলীয় বীজগণিত, আৰু $a \in B$. $a' \wedge a''$ আৰু $a' \vee a''$-ৰ মান লিখা।

2. Answer ***any five*** questions : $2 \times 5 = 10$

যিকোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Prove that in the chain $\mathbb{N}$, m is covered by n if and only if $n = m + 1, \forall n, m \in \mathbb{N}$.

প্ৰমাণ কৰা যে $\mathbb{N}$ শৃংখলত, m, n -ৰ দ্বাৰা আবৃত যদি আৰু যদিহে $n = m + 1, \forall n, m \in \mathbb{N}$ ।

(b) Let P, Q and R be three posets. Let $\psi_1 : P \to Q$ and $\psi_2 : Q \to R$ be order-preserving maps. Then, prove that $\psi_2 \circ \psi_1$ is order-preserving.

ধৰা হ'ল P, Q আৰু R তিনিটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি। ধৰা হ'ল $\psi_1 : P \to Q$ আৰু $\psi_2 : Q \to R$ ক্ৰম-সংৰক্ষণকাৰী ফলন। তেনে হলে প্ৰমাণ কৰা যে $\psi_2 \circ \psi_1$ ক্ৰম-সংৰক্ষণকাৰী ফলন।

(c) Give an example of a poset which has exactly one maximal element, but does not have a greatest element.

এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া য'ত হুবহু এটা 'সৰ্বোচ্চ' (maximal) উপাদান থাকে, কিন্তু 'গৰিষ্ঠ (greatest) উপাদান নাই।

(d) Prove that in a distributive lattice, each element has at most one complement.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা বিতৰণবিধি যুক্ত জালীত প্ৰতিটো মৌলৰ সৰ্বাধিক এটা পূৰক থাকে।

(e) Prove that every distributive lattice is modular.

প্ৰতিটো বিতৰণবিধি যুক্ত জালীক মডিউলাৰ বুলি প্ৰমাণ কৰা।

(f) Let $f: B \to C$, where B and C are Boolean algebras. Assume that f is a lattice homomorphism. Prove that if $f(0)=0$, $f(1)=1$, then $f(a')=(f(a))'$, $\forall a \in B$.

ধৰা হ'ল $f: B \to C$, য'ত B আৰু C বুলীয় বীজগণিত। ধৰি লোৱা যে f এটা জালী অনুৰূপতা। প্ৰমাণ কৰা যে যদি $f(0)=0$, $f(1)=1$, তেনে হলে $f(a')=(f(a))'$, $\forall a \in B$.

(g) Draw the switching circuit of

$$p = x_1 (x_2(x_3 + x_4) + x_3 (x_5 + x_6))$$

চুইচিং বৰ্তনী

$$p = x_1 (x_2(x_3 + x_4) + x_3 (x_5 + x_6))$$

অংকন কৰা।

(h) Write the symbolic representation of *'Identity-gate'* and *'Or-gate'*.

'Identity-gate' আৰু *'Or-gate'*-ৰ প্ৰতীকী উপস্থাপন লিখা।

3. Answer ***any four*** questions : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Let $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ and define

$\psi : \mathscr{P}(X) \to 2^n$ by

$\psi(A) = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n)$, where,

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 1 & , i \in A \\ 0 & , i \notin A \end{cases}$$

where

$2^n = \{(i_1, i_2, \ldots, i_n) : i_j\text{'s are 0 or 1}, \forall j = 1, 2, \ldots, n\}$

Prove that ψ is an order-isomorphism.

ধৰা হ'ল $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ আৰু

$\psi : \mathscr{P}(X) \to 2^n$ য'ত

$\psi(A) = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n)$ আৰু

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 1 & , i \in A \\ 0 & , i \notin A \end{cases}$$

ইয়াত $2^n = \{(i_1, i_2, \ldots, i_n) : i_j$ হৈছে 0 বা 1,

$\forall j = 1, 2, \ldots, n\}$

প্ৰমাণ কৰা যে ψ এটা ক্ৰম-সংৰক্ষণকাৰী সমকাৰিকতা।

(b) Let S be the set of all positive divisors of 60, ordered by divisibility. Draw Hasse diagram of the poset S. Also, find the greatest element and the least element of the poset. 3+2=5

ধৰা হ'ল S, 60-ৰ সকলো ধনাত্মক ভাজকৰ সংহতি, বিভাজ্যতাৰে ক্ৰম কৰা। আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি S-ৰ 'Hasse' চিত্ৰটো অংকন কৰা। লগতে গৰিষ্ঠ উপাদান (greatest element) আৰু লঘিষ্ঠ উপাদান (least element)টো বিচাৰি উলিওৱা।

(c) Let P and Q be two partially ordered sets. $(P \times Q, \leq)$ becomes a poset with respect to the partial order relation '$\leq$' defined by

$$(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2) \Leftrightarrow (x_1 \leq y_1 \text{ and } x_2 \leq y_2),$$

$$\forall x_1, x_2 \in P, \quad y_1, y_2 \in Q.$$

Prove that $(a_1, b_1) \prec (a_2, b_2)$ in $P \times Q$ if and only if $(a_1 = a_2 \text{ and } b_1 \prec b_2)$ or $(a_1 \prec a_2 \text{ and } b_1 = b_2)$

ধৰা হ'ল P আৰু Q দুটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি। $(P \times Q, \leq)$ আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্ক '$\leq$'-ৰ সৈতে এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি হৈ পৰে। '$\leq$'-ৰ সংজ্ঞাটো হ'ল

$$(x_1, y_1) \leq (x_2, y_2) \Leftrightarrow (x_1 \leq y_1 \;\&\; x_2 \leq y_2),$$

$$\forall x_1, x_2 \in P, \quad y_1, y_2 \in Q.$$

প্ৰমাণ কৰা যে $P \times Q$-ত

$(a_1, b_1) \prec (a_2, b_2)$ যদি আৰু যদিহে

$(a_1 = a_2$ আৰু $b_1 \prec b_2)$ বা $(a_1 \prec a_2$ আৰু $b_1 = b_2)$

(d) Let P be a lattice. Then for all $a, b, c, d \in P$, prove that 1+2+2=5

(i) $a \leq a \vee b$,

(ii) $a \leq b \Rightarrow (a \vee c \leq b \vee c$ and $a \wedge c \leq b \wedge c)$,

(iii) $(a \leq b$ and $c \leq d) \Rightarrow (a \vee c \leq b \vee d$ and $a \wedge c \leq b \wedge d)$

ধৰা হ'ল P এটা জালী। তেনেহলে সকলো $a, b, c, d \in P$-ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

(i) $a \leq a \vee b$,

(ii) $a \leq b \Rightarrow (a \vee c \leq b \vee c$ আৰু $a \wedge c \leq b \wedge c)$,

(iii) $(a \leq b$ আৰু $c \leq d) \Rightarrow (a \vee c \leq b \vee d$ আৰু $a \wedge c \leq b \wedge d)$

(e) If L is a lattice, then prove that

$$x \wedge (y \vee z) \geq (x \wedge y) \vee (x \wedge z), \forall x, y, z \in L$$

যদি L এটা জালী হয়, তেনেহলে প্ৰমাণ কৰা যে

$$x \wedge (y \vee z) \geq (x \wedge y) \vee (x \wedge z), \forall x, y, z \in L$$

(f) Prove that, if a lattice L is distributive, then

$$(x \wedge y = x \wedge z, x \vee y = x \vee z) \Rightarrow (y = z), \forall x, y, z \in L$$

যদি L এটা বিতৰণবিধি যুক্ত জালী, তেনেহলে প্ৰমাণ কৰা যে

$$(x \wedge y = x \wedge z, x \vee y = x \vee z) \Rightarrow (y = z), \forall x, y, z \in L$$

(g) Let L be a distributive lattice with '0' and '1'. Prove that if the element a has a complement a', then

$$a \vee (a' \wedge b) = a \vee b$$

ধৰা হ'ল L '0' আৰু '1'-ৰ সৈতে বিতৰণ বিধি যুক্ত এটা জালী। যদি a-ৰ এটা পূৰক a' হয়, তেনেহলে প্ৰমাণ কৰা যে

$$a \vee (a' \wedge b) = a \vee b$$

(h) Show that $(\{1, 3, 6, 9, 18\}, \text{gcd}, \text{lcm})$ does not form a Boolean algebra for the set of positive divisors of 18. Is it a lattice? Justify your answer. 2+3=5

দেখুওৱা যে $(\{1, 3, 6, 9, 18\}$ গ.সা.উ., ল.সা.গু) এ 18-ৰ ধনাত্মক ভাজকৰ সংহতিৰ বাবে এটা বুলীয় বীজগণিত গঠন নকৰে। ই এটা জালী নেকি ? উত্তৰৰ ন্যায্যতা প্ৰদান কৰা।

4. Answer ***any four*** questions : 10×4=40

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Let $(P, \leq)$ and $(Q, \leq)$ be two partially ordered sets, where P and Q are disjoint sets. Let $x \leq y$ be defined on $P \cup Q$ if and only if either $x, y \in P$ and $x \leq y$ in P or, $x, y \in Q$ and $x \leq y$ in Q. Again, let $x \leq' y$ be defined on $P \cup Q$ if and only if either $x, y \in P$ and $x \leq y$ in P or, $x, y \in Q$ and $x \leq y$ in Q, or $x \in P,\ y \in Q$. Prove that both $(P \cup Q, \leq)$ and $(P \cup Q, \leq')$ are partially ordered sets.

Let $P = \{x, y\}$, such that $x < y$ and $Q = \{a, b, c\}$ such that $a < b < c$. Draw Hasse diagram of $(P \cup Q, \leq)$ and $(P \cup Q, \leq')$. 6+4=10

ধৰা হ'ল $(P, \leq)$ আৰু $(Q, \leq)$ দুটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি, য'ত P আৰু Q হৈছে অছেদিত সংহতি। $P \cup Q$-ৰ ওপৰত $x \leq y$ সংজ্ঞায়িত কৰা হওক যদি আৰু যদিহে $x, y \in P$ আৰু P-ত $x \leq y$, বা $x, y \in Q$ আৰু Q-ত $x \leq y$. আকৌ $P \cup Q$-ৰ

ওপৰত $x \leq' y$ সংজ্ঞায়িত কৰা হ'ব যদি আৰু যদিহে $x, y \in P$ আৰু P-ত $x \leq y$ বা $x, y \in Q$ আৰু Q-ত $x \leq y$ বা $x \in P,\ y \in Q$. প্ৰমাণ কৰা যে $(P \cup Q, \leq)$ আৰু $(P \cup Q, \leq')$ উভয়ে আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি।

$P = \{x, y\}$ এনেকৈ ধৰা হ'ল যে $x < y$ আৰু $Q = \{a, b, c\}$ এনেকৈ ধৰা হ'ল যে $a < b < c$. $(P \cup Q, \leq)$ আৰু $(P \cup Q, \leq')$-ৰ Hasse চিত্ৰ অংকন কৰা।

(b) Let P and Q be finite partially ordered sets and let $\psi : P \to Q$ be a bijective map. Then, prove that the following are equivalent :

ধৰা হ'ল P আৰু Q সসীম আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি, আৰু ধৰা যে $\psi : P \to Q$ এটা একৈকী আচ্ছাদিত চিত্ৰণ। তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰা যে তলত দিয়াবোৰ সমতুল্য ঃ

(i) ψ is an order-isomorphism

ψ এটা ক্ৰম-সংৰক্ষণকাৰী চিত্ৰণ

(ii) $x < y$ in P if and only if $\psi(x) < \psi(y)$ in Q

P-ত $x < y$ যদি আৰু যদিহে Q-ত $\psi(x) < \psi(y)$

(iii) $x \prec y$ in P if and only if
$\psi(x) \prec \psi(y)$ in Q

P-ত $x \prec y$ যদি আৰু যদিহে Q-ত
$\psi(x) \prec \psi(y)$

Prove that two finite partially ordered sets P and Q are order-isomorphic if and only if they can be drawn with identical Hasse diagrams. 6+4=10

প্ৰমাণ কৰা যে দুটা সসীম আংশিকভাৱে ক্ৰমিত সংহতি P আৰু Q ক্ৰম-সংৰক্ষণকাৰী একৈকী সমকাৰিক যদি আৰু যদিহে ইহঁতক অভিন্ন Hasse চিত্ৰৰে আঁকিব পাৰি।

(c) Let P be a set on which a binary relation '$<$' is defined such that for all $x, y, z \in P$

(i) $x < x$ is false,

(ii) $(x < y \text{ and } y < z) \Rightarrow (x < z)$.

Prove that if '$\leq$' is defined by

$x \leq y \Leftrightarrow (x < y \text{ or } x = y)$, then '$\leq$' is a partial order relation on P. Also, prove that every partial order on P arises from a relation '$<$' satisfying *(i)* and *(ii)*.

ধৰা হ'ল P এটা সংহতি য'ত '$<$' সম্পৰ্ক এনেদৰে সংজ্ঞায়িত কৰা হৈছে যে P-ত সকলো $x, y, z \in P$-ৰ বাবে

(i) $x < x$ মিছা,

(ii) $(x < y$ আৰু $y < z) \Rightarrow (x < z)$

প্ৰমাণ কৰা যে যদি '$\leq$' -ৰ সংজ্ঞা

$x \leq y \Leftrightarrow (x < y$ বা $x = y)$ হয়, তেনেহলে '$\leq$' P-ৰ ওপৰত এটা আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্ক হ'ব। লগতে, প্ৰমাণ কৰা যে P-ৰ ওপৰত প্ৰতিটো আংশিক ক্ৰম সম্পৰ্ক *(i)* আৰু *(ii)* সন্তুষ্ট কৰা '<' সম্পৰ্কৰ পৰা উদ্ভৱ হয়।

(d) Prove that a lattice ordered set $(L, \leq)$ can be converted to algebraic lattice $(L, \wedge, \vee)$ and conversely.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা আংশিকভাৱে ক্ৰমিত জালী $(L, \leq)$-ক বীজগণিতীয় জালী $(L, \wedge, \vee)$ লৈ আৰু বীজগণিতীয় জালী $(L, \wedge, \vee)$ ক আংশিকভাৱে ক্ৰমিত $(L, \leq)$ জালীলৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি।

(e) Show that a sublattice of a distributive lattice is distributive. Prove that for any two elements x, y in a lattice L, the 'interval' $[x, y] = \{a \in L \mid x \leq a \leq y\}$ is a sublattice of L. 5+5=10

দেখুওৱা যে এটা বিতৰণ বিধিযুক্ত জালীৰ উপজালীও বিতৰণ বিধিযুক্ত। প্ৰমাণ কৰা যে জালী L-ৰ যিকোনো দুটা মৌল x, y-ৰ বাবে 'অন্তৰাল'

$[x, y] = \{a \in L \mid x \leq a \leq y\}$ L-ৰ এটা উপজালী।

(f) Show that the set $\mathbb{N}$, having partially ordered by 'divisibility' is a distributive lattice. Is it complemented ? Show that the partially ordered subset

$Q = \{1, 2, 4, 5, 6, 12, 20, 30, 60\}$ of

$(\mathbb{N}_0, \leq)$, where $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ and

$a \leq b \Leftrightarrow a \mid b$ is not a lattice.

6+2+2=10

দেখুওৱা যে 'বিভাজ্য'ৰ দ্বাৰা আংশিকভাৱে ক্রমিত হোৱা $\mathbb{N}$ সংহতিটো বিতৰণ বিধি মানা এটা জালী। ই পূৰকযুক্ত (complemented) নেকি ? দেখুওৱা যে $(\mathbb{N}_0, \leq)$-ৰ আংশিকভাৱে ক্রমিত উপসংহতি

$Q = \{1, 2, 4, 5, 6, 12, 20, 30, 60\}$ এটা জালী নহয় য'ত $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ আৰু $a \leq b \Leftrightarrow a \mid b$.

(g) There are electrical switches next to the three doors in a large room to operate the central lighting. The three switches operate alternatively, i.e., each switch can switch on or switch off the lights. Determine the switching circuit p, its symbolic representation, and contact diagram. Each switch has two positions — either on or off.

4+2+4=10

চেন্ট্রেল লাইটিং চলাবলৈ এটা ডাঙৰ কোঠাৰ তিনিটা দুৱাৰৰ কাষতে বৈদ্যুতিক চুইচ আছে। তিনিটা চুইচে বিকল্পভাৱে কাম কৰে, অৰ্থাৎ প্ৰতিটো চুইচে লাইট অন বা বন্ধ কৰিব পাৰে। চুইচিং বৰ্তনী p, ইয়াৰ প্ৰতীকী উপস্থাপন নিৰ্ণয় কৰা আৰু 'কানেক্টিং' চিত্ৰ অংকন কৰা। প্ৰতিটো চুইচৰ দুটা অৱস্থান থাকে — হয় অন্ বা অফ্।

(h) Define Boolean algebra and Boolean homomorphism. Prove that, for all x, y in a Boolean algebra 1+1+8=10

বুলীয় বীজগণিত আৰু বুলীয় অনুৰূপতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে এটা বুলীয় বীজগণিতত সকলো x, y-ৰ বাবে

(i) $(x \wedge y)' = x' \vee y'$

(ii) $(x \vee y)' = x' \wedge y'$

(iii) $x \leq y \Leftrightarrow x' \geq y'$

(iv) $x \leq y \Rightarrow (x \wedge y' = 0)$

'0' is the 'zero element' of the Boolean algebra.

'0' হ'ল বুলীয় বীজগণিতৰ 'শূন্য উপাদান'।

(i) Define atom of a Boolean algebra. Prove that every finite Boolean algebra has at least one atom. Prove that if p and q are atoms in a Boolean algebra such that $p \neq q$, then $p \wedge q = 0$.

1+5+4=10

এটা বুলীয় বীজগণিতৰ 'এটম'ৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে প্ৰতিটো সসীম বুলীয় বীজগণিতত অন্ততঃ এটা 'এটম' থাকে। প্ৰমাণ কৰা যে যদি p আৰু q এটা বুলীয় বীজগণিতৰ 'এটম' হয় য'ত $p \neq q$, তেনেহলে $p \wedge q = 0$ ।

(j) Let B be a finite Boolean algebra. Then prove that there exists a set X such that B is isomorphic to $\mathscr{P}(X)$.

ধৰা হ'ল B এটা সসীম বুলীয় বীজগণিত। তেনেহলে প্ৰমাণ কৰা যে এনে এটা সংহতি X আছে, য'ত B, $\mathscr{P}(X)$-ৰ একৈকী সমকাৰিক।